

Упростите выражения:

54. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha$. 55. $1 - \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$. 56. $\frac{\sin^2 \alpha - 1}{\cos^2 \alpha - 1}$.
57. $1 - \sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha \cdot \cos \alpha$ 58. $(1 + \cos \alpha) \cdot \operatorname{ctg}^2 \alpha \cdot (1 - \cos \alpha)$. 59. $\frac{\sin^2 \alpha}{1 + \cos \alpha}$.
60. $\frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$. 61. $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta} \cdot \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta$.
62. $\frac{2 \cos^2 \beta - 1}{\sin \beta + \cos \beta}$. 63. $\frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} \cdot \operatorname{ctg} \beta \cdot \operatorname{tg} \alpha + 1$.
64. $(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2 - (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha)^2$. 65. $\frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta}$.
66. $\frac{\cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\sin^2 \alpha} - \operatorname{ctg} \alpha \cdot \cos \alpha$. 67. $\frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot \left(1 + \frac{(1 - \cos \alpha)^2}{\sin^2 \alpha} \right)$.
68. $\operatorname{tg} \alpha + \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$. 69. $\sin^2 \beta + \cos^4 \beta - \sin^4 \beta$.
70. $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$. 71. $\sin^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha$.
72. $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot (\cos^2 \alpha + 1)$. 73. $(1 - \sin^2 \alpha) \cdot \operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha$.

Докажите тождества:

74. $\frac{1 - \cos^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$. 75. $\frac{1 + \operatorname{tg}^4 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha$.
76. $(1 - \operatorname{ctg} \alpha)^2 + (1 + \operatorname{ctg} \alpha)^2 = \frac{2}{\sin^2 \alpha}$. 77. $\frac{\cos^3 \alpha - \sin^3 \alpha}{1 + \sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \cos \alpha - \sin \alpha$;
78. $1 + \frac{2}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2$. 79. $\cos^2 \alpha + 2 \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$.
80. $\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha$. 81. $\operatorname{ctg}^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \operatorname{ctg}^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$.
82. $\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \cdot \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha} - \operatorname{tg}^2 \alpha = 0$; 83. $\frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$.