

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ РАЗНЫХ ТИПОВ

Решите уравнения (приведение к одной функции одного аргумента):

484. $5 \sin^2 x + 3 \sin x - 8 = 0$. 485. $3 \cos^2 x - 2 \cos x = 1$. 486. $4 \sin^2 x - 5 \cos x = 5$.
487. $\cos^2(45^\circ + x) - \cos^2(45^\circ - x) = 0$. 488. $\sqrt{2} \sin^2 x + \cos x = 0$. 489. $2 \sin^2 \frac{x}{3} - \cos \frac{x}{3} - 1 = 0$.
490. $2 \cos^2 \left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 3 \sin \left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 5$. 491. $\operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x = 4$.

Решите уравнения (однородные уравнения):

493. $\sin x = \cos x$. 494. $5 \sin x + 3 \cos x = 0$.
495. $2 \sin^2 x + 3 \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = 0$. 496. $\cos^2 5x + 7 \sin^2 5x = 8 \sin 5x \cdot \cos 5x$.
497. $3 \sin^2 x - 4 \sin x \cdot \cos x + 5 \cos^2 x = 2$. 498. $4 \sin^2 2x + \frac{1}{2} \sin 4x + \cos^2 2x = 3$.
499. $5 \sin^2 x + 3 \sin x \cdot \cos x - 2 \cos^2 x = 3$.
501. $\sin^3 x + 3 \sin^2 x \cdot \cos x + \sin x \cdot \cos^2 x = 5 \cos^3 x$.

Решите уравнения (равенство двух функций):

503. $\cos 6x = \cos 4x$. 504. $\sin 5x = \sin 7x$. 505. $\sin x = \cos 4x$.
506. $\sin 3x + \cos 2x = 0$. 507. $\operatorname{tg} 7x = \operatorname{tg} 3x$. 508. $\sin \frac{x}{2} = \cos \frac{x}{2}$.

Решите уравнения (вида $a \sin x + b \cos x = c$, где $c \neq 0$)

а) преобразованием данного уравнения в однородное:

509. $3 \sin x - 2 \cos x = 3$. 510. $4 \sin x - 6 \cos x = 1$.
511. $5 \sin 2x + 3 \cos 2x = 10$. 512. $2 \sin x - \cos x = 2$.

б) с помощью введения вспомогательного угла:

513. $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1$. 514. $\sqrt{3} \sin 5x + \cos 5x = 1$.
515. $\sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x = 1$. 516. $\sin \frac{x}{5} + \sqrt{3} \cos \frac{x}{5} = \sqrt{2}$.
517. $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$. 518. $\sin x - \cos x = 1$.

Решите уравнения (формулы понижения и повышения степени):

523. $1 - 2 \sin^2 8x = \sin 4x$. 524. $\cos 4x + 2 \cos^2 x = 1$.
525. $\sin^2 3x + \frac{1}{2} \sin^2 6x = 1$. 526. $(1 + \cos 4x) \cdot \sin 4x = \cos^2 2x$.
527. $1 - \cos 6x = \operatorname{tg} 3x$. 528. $\sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x$.

Решите уравнения (разложение на множители):

529. $\sin 2x = \sin x$. 530. $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0$.
531. $1 - \cos x - 2 \sin \frac{x}{2} = 0$. 532. $\cos \frac{x}{2} - \cos x = 1$.
533. $\sin 3x - \sin 7x = \sqrt{3} \sin 2x$. 534. $\sqrt{2} \cos 2x = \sin x + \cos x$.

ОТВЕТЫ

(В ответах к примерам 484 - 534 везде $k, n, m \in \mathbb{Z}$)

- 484.** $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$. **485.** $2\pi n$; $\pm \arccos(-\frac{1}{3}) + 2\pi m$. **486.** $\pi + 2\pi k$; $\pm \arccos(-\frac{1}{4}) + 2\pi n$. **487.** $\frac{\pi k}{2}$. **488.** $\pm \frac{3}{4}\pi + 2\pi k$. **489.** $3\pi + 6\pi k$; $\pm \pi + 6\pi n$. **490.** $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k$. **491.** $\frac{\pi}{4} + \pi k$; $\arctg 3 + \pi n$.
- 492.** $\frac{3}{4}\pi + 2\pi k$. **493.** $\frac{\pi}{4} + \pi k$. **494.** $-\arctg \frac{3}{5} + \pi k$. **495.** $-\frac{\pi}{4} + \pi k$; $-\arctg \frac{1}{2} + \pi n$.
- 496.** $\frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}$; $\frac{1}{5}\arctg \frac{1}{7} + \frac{\pi n}{5}$. **497.** $\frac{\pi}{4} + \pi k$; $\arctg 3 + \pi n$. **498.** $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$; $-\frac{1}{2}\arctg 2 + \frac{\pi n}{2}$. **499.** $\frac{\pi}{4} + \pi k$; $-\arctg \frac{5}{2} + \pi n$. **500.** $-\frac{\pi}{4} + \pi k$; $\arctg 5 + \pi n$. **501.** $\frac{\pi}{4} + \pi k$. **502.** $-\frac{\pi}{4} + \pi k$.
- 503.** $\frac{\pi k}{5}$. **504.** πk ; $\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{6}$. **505.** $-\frac{\pi}{6} - \frac{2}{3}\pi k$; $\frac{\pi}{10} + \frac{2}{5}\pi n$. **506.** $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k$; $\frac{3\pi}{10} + \frac{2}{5}\pi n$.
- 507.** $\frac{\pi k}{4}$. **508.** $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$. **509.** $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$; $2\arctg 5 + 2\pi n$. **510.** $2\arctg \frac{-4 \pm \sqrt{51}}{5} + 2\pi k$. **511.** \emptyset .
- 512.** $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$; $2\arctg 3 + 2\pi n$. **513.** $\frac{\pi}{3} + (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k$. **514.** $-\frac{\pi}{30} + (-1)^k \cdot \frac{\pi}{30} + \frac{\pi k}{5}$.
- 515.** $\frac{\pi}{4} + (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k$. **516.** $-\frac{5\pi}{3} + (-1)^k \cdot \frac{5\pi}{4} + 5\pi k$. **517.** $\frac{\pi}{4} + 2\pi k$.
- 518.** $\frac{\pi}{4} + (-1)^k \cdot \frac{\pi}{4} + \pi k$. **519.** $\frac{\pi}{3} k$. **520.** $\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6} k$; $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} n$. **521.** πk ; $\frac{\pi}{34} + \frac{\pi}{17} n$. **522.** $\frac{\pi}{8} k$.
- 523.** $-\frac{\pi}{24} + \frac{\pi k}{6}$; $\frac{\pi}{40} + \frac{\pi n}{10}$. **524.** $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} k$. **525.** $\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6} k$; $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} n$.
- 526.** $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k$; $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{24} + \frac{\pi}{4} n$. **527.** $\frac{\pi k}{3}$; $\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{3} n$. **528.** $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}$; πn . **529.** πk ; $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$.
- 530.** $\frac{\pi}{2} + \pi k$; $\frac{2\pi}{5} n$. **531.** $2\pi k$; $\pi + 4\pi n$. **532.** $\pi + 2\pi k$; $\pm \frac{2}{3}\pi + 4\pi n$.
- 533.** $\frac{\pi k}{2}$; $\pm \frac{\pi}{6} + \frac{2}{5}\pi n$. **534.** $-\frac{\pi}{4} + \pi k$; $\frac{\pi}{4} + (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n$ или $\frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{3} k$; $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n$.