

Формулы повышения степени:

$$1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}. \quad (\alpha \in \mathbb{R})$$

$$1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}. \quad (\alpha \in \mathbb{R})$$

Формулы понижения степени:

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}, \quad \cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}. \quad (\alpha \in \mathbb{R})$$

151. Дано: $\sin \alpha = 3/5$, $\pi/2 < \alpha < \pi$. Найдите $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, $\operatorname{tg} 2\alpha$, $\operatorname{ctg} 2\alpha$.

152. Дано: $\cos \alpha = 3/4$, $3\pi/2 < \alpha < 2\pi$. Найдите $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, $\operatorname{tg} 2\alpha$.

В задачах 153-180 преобразуйте данные выражения, применяя формулы двойного аргумента (например: $\sin 4\alpha = 2 \sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha$).

153. $\sin 24^\circ$. 154. $\sin 35^\circ$. 155. $\sin 6\alpha$. 156. $\sin 10x$. 157. $\sin \alpha$.

158. $\sin 5\beta$. 172. $\cos(2\alpha + 2\beta)$. 173. $\operatorname{tg} 38^\circ$. 175. $\operatorname{tg} 4\alpha$. 176. $\operatorname{tg}(x + y)$.

178. $\operatorname{ctg} 72^\circ$. 179. $\operatorname{ctg} 5^\circ$. 180. $\operatorname{ctg} 10\alpha$.

183. Дано: $\sin \alpha/2 = -1/5$, $\pi < \alpha/2 < 3\pi/2$. Найдите $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$.

В задачах 184-195 упростите выражения, применяя формулы двойного аргумента:

184. $2 \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$. 185. $2 \sin \pi/8 \cdot \cos \pi/8$. 186. $2 \sin \alpha/3 \cdot \cos \alpha/3$.

187. $\sin 24^\circ \cdot \cos 24^\circ$. 188. $2 \sin 25^\circ \cdot \sin 65^\circ$. 189. $\cos^2 10^\circ - \sin^2 10^\circ$.

190. $\cos^2 5\alpha - \sin^2 5\alpha$. 191. $\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ$. 192. $\sin^2 26^\circ - \sin^2 64^\circ$.

193. $\frac{2 \operatorname{tg} 15^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 15^\circ}$.

194. $\frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{8}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}}$.

195. $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6}}{2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}}$.

Упростите выражения:

196. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos 2\alpha$. 197. $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha$. 198. $1 - 2 \sin^2 \alpha$.

199. $\frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2}{1 + \sin 2\alpha}$.

200. $\frac{\cos 2\alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$.

201. $\frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} - \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha}$.

202. $\frac{2 \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin^2 \frac{\alpha}{2} - \cos^2 \frac{\alpha}{2}}$.

203. $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$.

204. $\frac{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}{\cos 2\alpha}$.

Докажите тождества:

$$208. \frac{2 \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \sin 2\alpha. \quad 209. \frac{\sin 3\alpha}{\sin \alpha} - \frac{\cos 3\alpha}{\cos \alpha} = 2. \quad 210. \frac{\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = \cos \alpha.$$

$$211. \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} + \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = \operatorname{tg} \alpha. \quad 212. \cos^4 \alpha + \frac{1}{4} \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha \right) = \cos^2 \alpha.$$

$$213. \frac{1 - \operatorname{tg}^2 15^\circ}{1 + \operatorname{tg}^2 15^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad 214. \frac{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha} = \operatorname{ctg} \alpha. \quad 215. \frac{1 - \cos \alpha + \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha - \sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha.$$

220. Дано: $\cos \alpha = 3/4$, $270^\circ < \alpha < 360^\circ$. Найдите: $\sin \frac{\alpha}{2}$, $\cos \frac{\alpha}{2}$, $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.

221. Дано: $\sin \alpha = -4/5$, $\pi < \alpha < 3\pi/2$. Найдите: $\sin \frac{\alpha}{2}$, $\cos \frac{\alpha}{2}$, $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.

В примерах 223-234 данное выражение преобразуйте в произведение, применяя формулы повышения степени:

223. $1 + \cos 2\alpha$. 224. $1 - \cos \alpha$. 225. $1 + \cos 40^\circ$. 226. $1 + \sin 40^\circ$.

227. $1 - \cos 18^\circ$. 228. $1 + \cos 6\alpha$. 229. $1 - \cos 10x$. 230. $1 - \sin 54^\circ$.

231. $1 - \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$. 232. $1 - \sin \alpha$. 233. $1 + \sin \alpha$. 234. $1 + \sin 2x$.

В примерах 238-249 данное выражение преобразуйте с помощью формул понижения степени:

238. $\sin^2 15^\circ$. 239. $\sin^2 34^\circ$. 240. $\sin^2 3\alpha$.

242. $2 \sin^2 x$. 244. $\cos^2 18^\circ$. 245. $\cos^2 27^\circ$.

246. $\cos^2 4\alpha$. 248. $2 \cos^2 \frac{x}{2}$.

Упростите выражения:

250. $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$. 251. $\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$. 254. $2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos \alpha$.

255. $2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \cos \alpha$. 256. $1 - 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{3\alpha}{2} \right)$.

Докажите тождества:

260. $1 + \sin \alpha = 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right)$. 261. $1 - \sin \alpha = 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right)$. 262. $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.

266. $\frac{2 \sin \alpha - \sin 2\alpha}{2 \sin \alpha + \sin 2\alpha} = \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$. 267. $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.