

ЕГЭ – 2015.

21. а) («реальный»)

1) Существует ли четырехзначное число, произведение цифр которого в 15 раз больше суммы его цифр?

Ответ: 3544.

2) Существует ли четырехзначное число, произведение цифр которого в 21 раз больше суммы его цифр?

Ответ: 7652.

21. б) («реальный»)

1) Существует ли четырехзначное число, произведение цифр которого в 200 раз больше суммы его цифр?

Ответ: нет (и это надо доказать, а не декларировать).

2) Существует ли четырехзначное число, произведение цифр которого в 245 раз больше суммы его цифр?

Ответ: нет (и это надо доказать, а не декларировать).

21. в) («реальный») Существует ли четырехзначное число, произведение цифр которого в 19,6 раз больше суммы его цифр?

Решение:

Пусть число образовано цифрами  $a, b, c, d$ . Тогда  $abcd = 19,6(a + b + c + d)$ . Значит, нулей среди цифр нет.

$$abcd = \frac{98}{5}(a + b + c + d)$$

$$5abcd = 2 \cdot 7 \cdot 7(a + b + c + d)$$

Т.к. правая часть делится на 7 и на 7, то и левая часть делится на 7 и на 7, а если учесть, что переменными были обозначены цифры, то две из них должны быть равны 7. Пусть это будут  $c$  и  $d$ .

$$5ab \cdot 7 \cdot 7 = 2 \cdot 7 \cdot 7(a + b + 7 + 7)$$

$$5ab = 2(a + b + 14)$$

Т.к. правая часть делится на 2, то и левая делится на 2, значит хотя бы одна из цифр делится на 2. Пусть это  $a$ . Тогда она может принимать значения 2, 4, 6, 8.

Если  $a = 2$ , то  $5b = 2 + b + 14$ ,  $4b = 16$ ,  $b = 4$ . В этом случае мы получаем число, записанное цифрами 2, 4, 7, 7.

Если  $a = 4$ , то  $10b = 4 + b + 14$ ,  $9b = 18$ ,  $b = 2$ . В этом случае мы получаем число, записанное цифрами 4, 2, 7, 7.

Если  $a = 6$ , то  $15b = 6 + b + 14$ ,  $14b = 20$ , целых решений нет.

Если  $a = 8$ , то  $20b = 8 + b + 14$ ,  $19b = 22$ , целых решений нет.

**Ответ:** всевозможные четырехзначные числа, записанные цифрами 7, 7, 2, 4.