

ЗАДАЧА 18 (С4)

1. Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Известно, что $AC = 3MB$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1 , если известно, что $AC = 10$.

Ответ: б) 125.

2. В остроугольном треугольнике ABC провели высоту BH . Из точки H на стороны AB и BC опустили перпендикуляры NK и NM соответственно.

а) Докажите, что треугольник MBK подобен треугольнику ABC .

б) Найдите отношение площади треугольника MBK к площади четырёхугольника $AKMC$, если $BH = 2$, а радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 3.

Ответ: б) $1/8$.

3. Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Точки A_2 , B_2 и C_2 – середины отрезков MA , MB и MC соответственно.

а) Докажите, что площадь шестиугольника $A_1B_2C_1A_2B_1C_2$ вдвое меньше площади треугольника ABC .

б) Найдите сумму квадратов всех сторон этого шестиугольника, если известно, что $AB = 5$, $BC = 8$ и $AC = 10$.

Ответ: б) 31,5.

4. Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H .

а) Докажите, что $\angle AHB_1 = \angle ACB$.

б) Найдите BC , если $AH = 8\sqrt{3}$ и $\angle BAC = 60^\circ$.

Ответ: б) 24.