

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

24 сентября 2015 года

Вариант МА10105

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

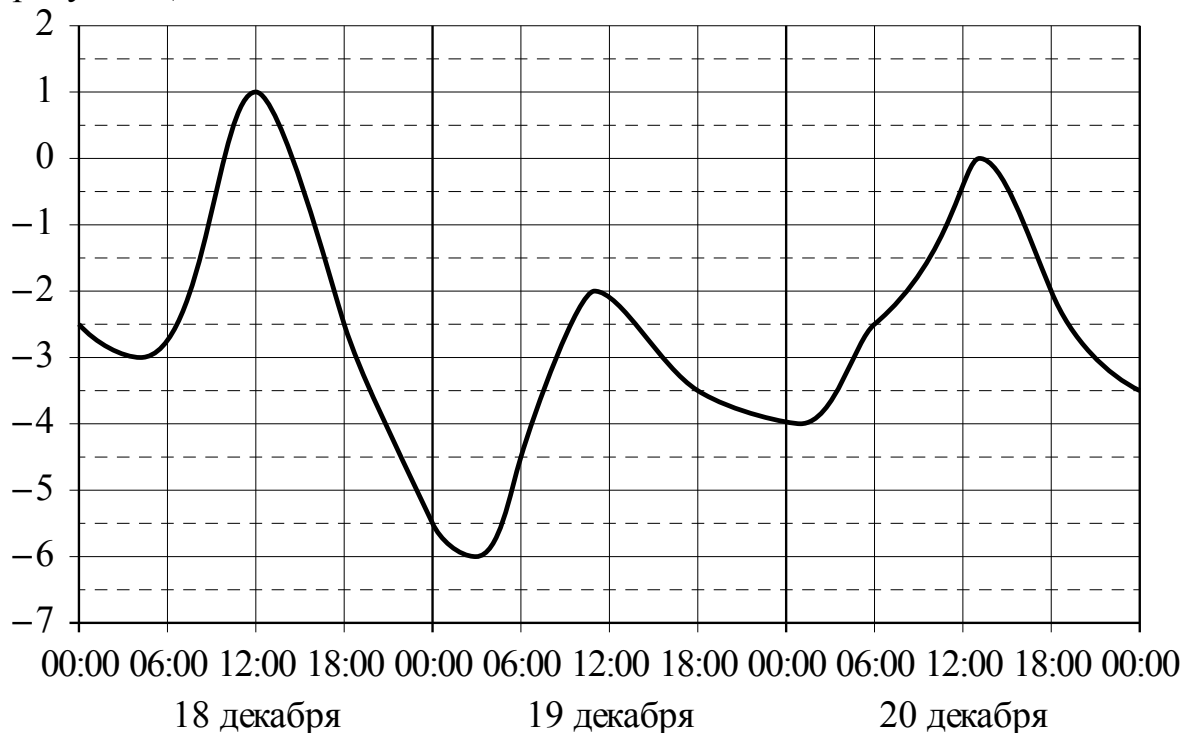
**Ответом к заданиям 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

### Часть 1

- 1** Тетрадь стоит 30 рублей. Какое наибольшее количество таких тетрадей можно будет купить на 250 рублей после понижения цены на 25%?

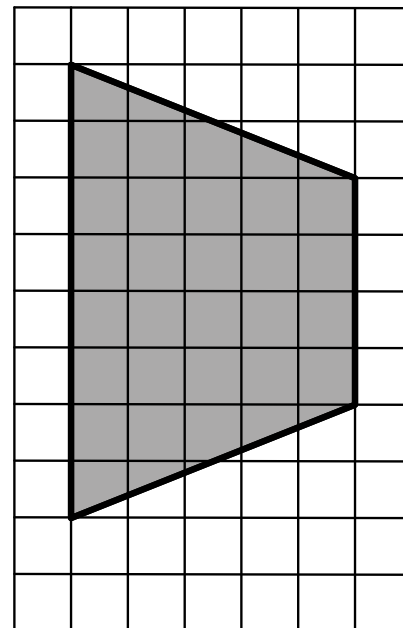
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указываются дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурами воздуха 20 декабря. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** За круглый стол на 17 стульев в случайном порядке рассаживаются 15 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что между двумя девочками будет сидеть один мальчик.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 5.1 или 5.2.**

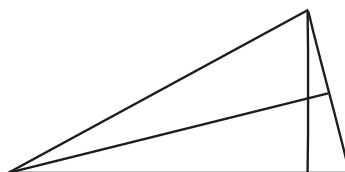
- 5.1** Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{3}\right)^{3-x} = 9$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5.2** Найдите корень уравнения  $\sqrt{5x-6} = 7$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

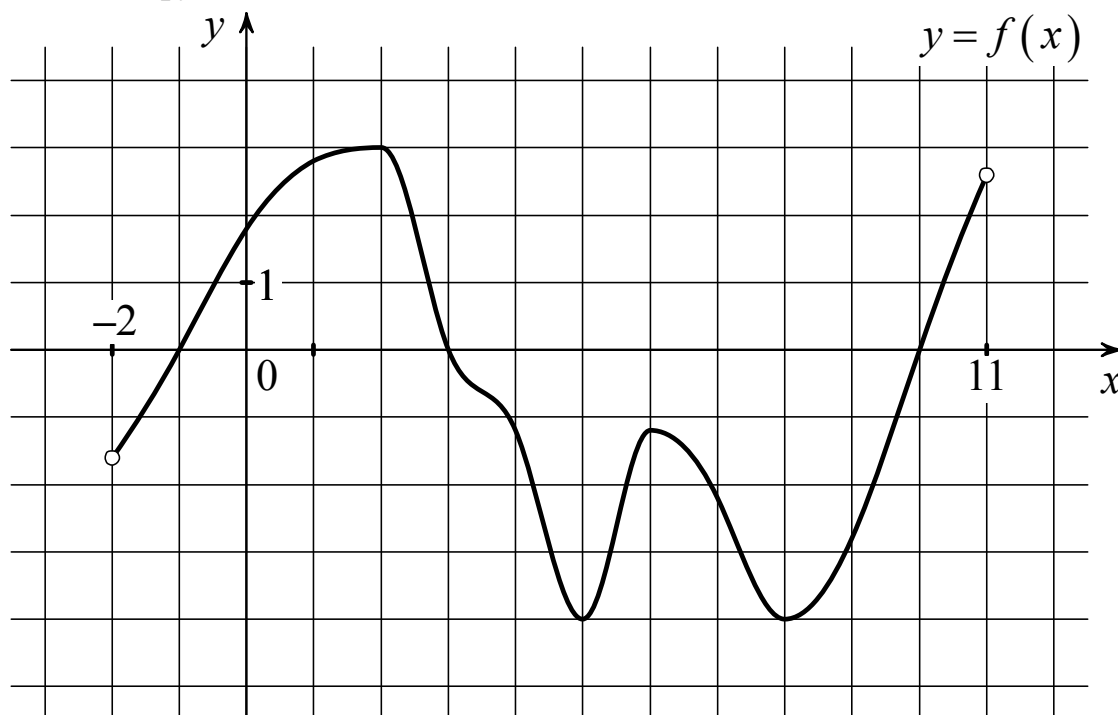
- 6** В треугольнике со сторонами 6 и 2 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к первой из этих сторон, равна 1. Чему равна высота, проведённая ко второй стороне?



Ответ: \_\_\_\_\_.

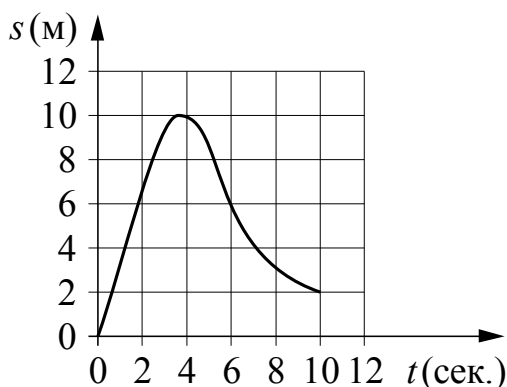
**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 7.1 или 7.2.**

- 7.1** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 11)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



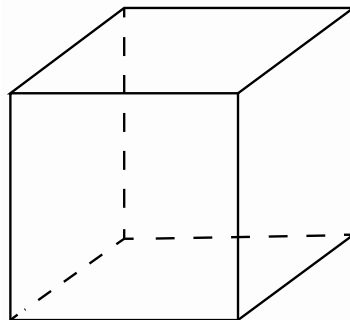
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7.2** Материальная точка движется от начального до конечного положения. На рисунке изображён график её движения. На оси абсцисс откладывается время в секундах, на оси ординат — расстояние от начального положения точки (в метрах). Найдите среднюю скорость движения точки. Ответ дайте в метрах в секунду.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Диагональ куба равна 1. Найдите площадь его поверхности.



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $\frac{37 \sin 171^\circ}{\sin 189^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене  $p = 700$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 300$  руб., постоянные расходы предприятия  $f = 500\,000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле  $\pi(q) = q(p - v) - f$ . Определите месячный объём производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет равна 300 000 руб.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Моторная лодка прошла против течения реки 91 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 10 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 12.1 или 12.2.**

- 12.1 Найдите точку минимума функции  $y = \frac{1}{3}x\sqrt{x} - 3x + 49$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12.2 Найдите наименьшее значение функции  $y = 7^{x^2 + 4x + 5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13** а) Решите уравнение  $(\operatorname{tg}^2 x - 1)\sqrt{13\cos x} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

**14** На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1 E : EA = 1 : 2$ , на ребре  $BB_1$  — точка  $F$  так, что  $B_1 F : FB = 1 : 5$ , а точка  $T$  — середина ребра  $B_1 C_1$ . Известно, что  $AB = 4$ ,  $AD = 2$ ,  $AA_1 = 6$ .

а) Докажите, что плоскость  $EFT$  проходит через вершину  $D_1$ .

б) Найдите угол между плоскостью  $EFT$  и плоскостью  $BB_1 C_1$ .

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 15.1 или 15.2.**

**15.1** Решите неравенство  $0,5 \log_{x-2}(x^2 - 10x + 25) + \log_{5-x}(-x^2 + 7x - 10) \geq 3$ .

**15.2** Решите неравенство  $\frac{x}{x^2 + 3} \leq (1:4)x^{-1}$ .

**16** Дана равнобедренная трапеция  $KLMN$  с основаниями  $KN$  и  $LM$ . Окружность с центром  $O$ , построенная на боковой стороне  $KL$  как на диаметре, касается боковой стороны  $MN$  и второй раз пересекает большее основание  $KN$  в точке  $H$ , точка  $Q$  — середина  $MN$ .

а) Докажите, что четырёхугольник  $NQOH$  — параллелограмм.

б) Найдите  $KN$ , если  $\angle LKN = 75^\circ$  и  $LM = 1$ .

**17** Производство  $x$  тыс. единиц продукции обходится в  $q = 0,5x^2 + x + 7$  млн рублей в год. При цене  $p$  тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет  $px - q$ . При каком наименьшем значении  $p$  через три года суммарная прибыль составит не менее 75 млн рублей?

**18** Найдите все целочисленные значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{(x-1)^2 + (y-a)^2} + \sqrt{(x-5)^2 + (y-a)^2} = 4, \\ x^2 - |a+1|x - 2a^2 = 3 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**19** Известно, что  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , и  $d$  — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство  $\frac{a+c}{b+d} = \frac{9}{23}$ ?

б) Может ли дробь  $\frac{a+c}{b+d}$  быть в 11 раз меньше, чем сумма  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ ?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь  $\frac{a+c}{b+d}$ , если  $a > 5b$  и  $c > 8d$ ?

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

24 сентября 2015 года

Вариант МА10106

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***



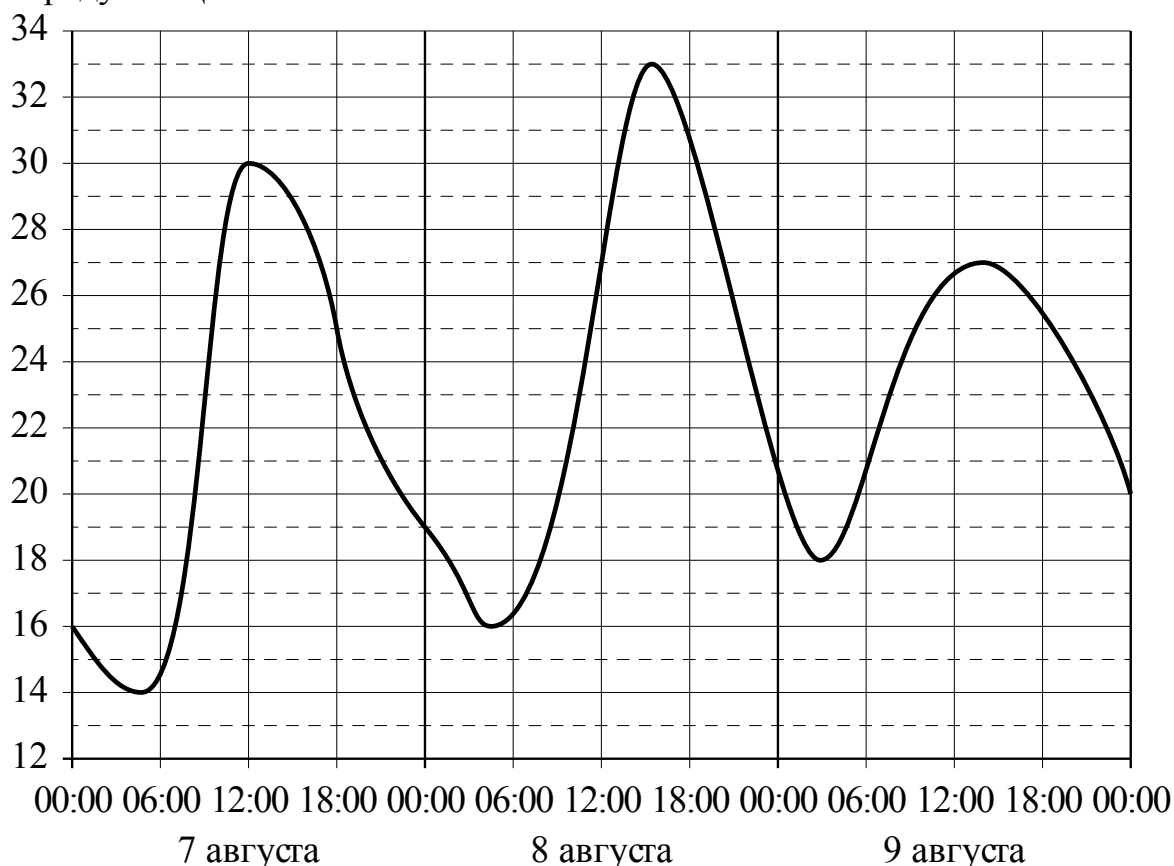
**Ответом к заданиям 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

### Часть 1

- 1** Тетрадь стоит 10 рублей. Какое наибольшее количество таких тетрадей можно будет купить на 650 рублей после понижения цены на 20 %?

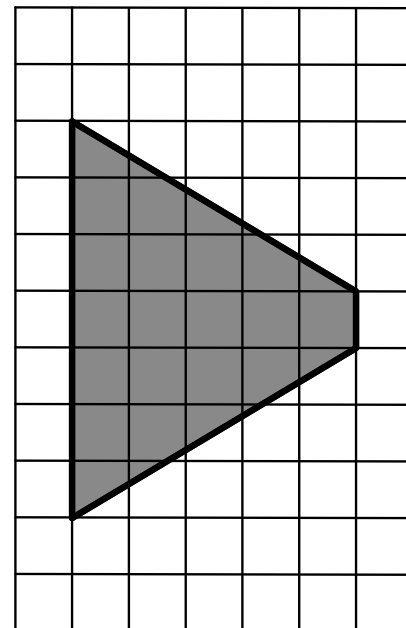
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указываются дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурами воздуха 7 августа. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки не будут сидеть рядом.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 5.1 или 5.2.**

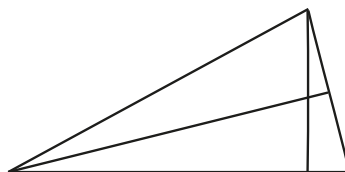
- 5.1** Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{2}\right)^{14-4x} = 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5.2** Найдите корень уравнения  $\sqrt{3x-5} = 8$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

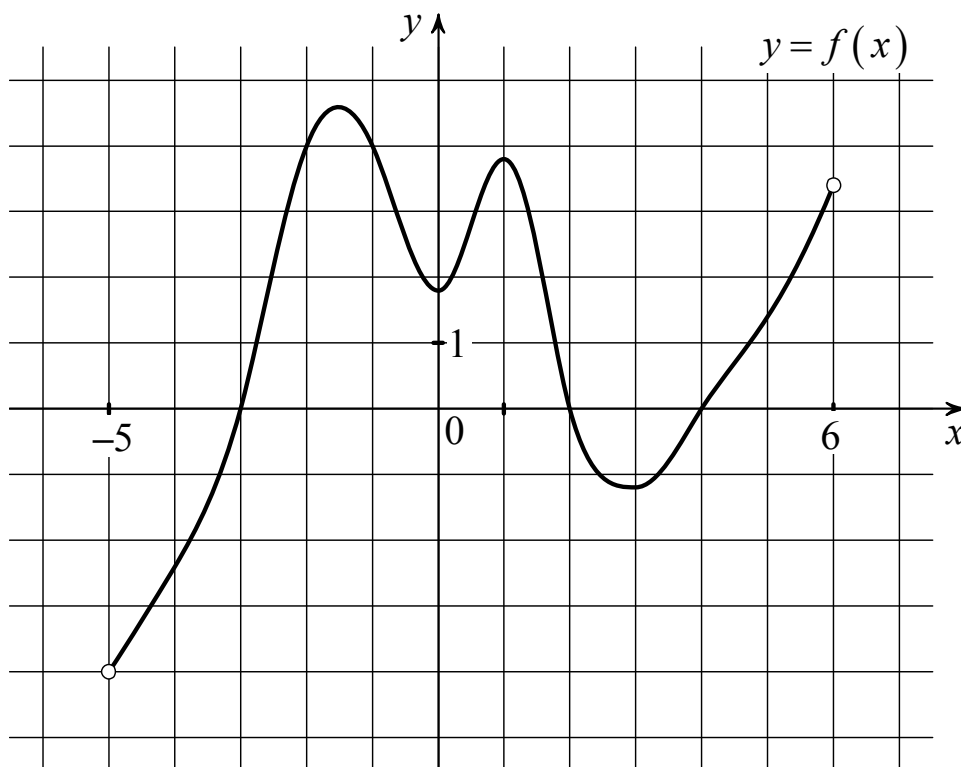
- 6** В треугольнике со сторонами 10 и 2 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к первой из этих сторон, равна 1. Чему равна высота, проведённая ко второй стороне?



Ответ: \_\_\_\_\_.

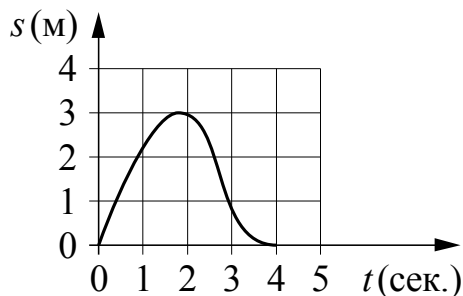
**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 7.1 или 7.2.**

- 7.1** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 6)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



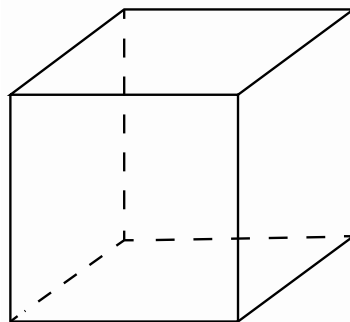
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7.2** Материальная точка движется от начального до конечного положения. На рисунке изображён график её движения. На оси абсцисс откладывается время в секундах, на оси ординат — расстояние от начального положения точки (в метрах). Найдите среднюю скорость движения точки. Ответ дайте в метрах в секунду.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Диагональ куба равна 3. Найдите площадь его поверхности.



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $\frac{-51\sin 79^\circ}{\sin 281^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене  $p = 600$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 300$  руб., постоянные расходы предприятия  $f = 700\,000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле  $\pi(q) = q(p - v) - f$ . Определите месячный объём производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет равна 200 000 руб.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Моторная лодка прошла против течения реки 84 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 8 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 10 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 12.1 или 12.2.**

- 12.1 Найдите точку минимума функции  $y = \frac{4}{3}x\sqrt{x} - 2x + 16$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12.2 Найдите наименьшее значение функции  $y = 8^{x^2+6x+10}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

13 а) Решите уравнение  $(\operatorname{tg}^2 x - 3)\sqrt{11\cos x} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .

14 На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1 E : EA = 2 : 3$ , на ребре  $BB_1$  — точка  $F$  так, что  $B_1 F : FB = 1 : 4$ , а точка  $T$  — середина ребра  $B_1 C_1$ . Известно, что  $AB = 3$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 10$ .

а) Докажите, что плоскость  $EFT$  проходит через вершину  $D_1$ .

б) Найдите угол между плоскостью  $EFT$  и плоскостью  $BB_1 C_1$ .

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 15.1 или 15.2.**

15.1 Решите неравенство  $0,5 \log_{x-1}(x^2 - 8x + 16) + \log_{4-x}(-x^2 + 5x - 4) \geq 3$ .

15.2 Решите неравенство  $\frac{x}{2x^2 + 12} \leq (1:5)x^{-1}$ .

16 Дана равнобедренная трапеция  $KLMN$  с основаниями  $KN$  и  $LM$ . Окружность с центром  $O$ , построенная на боковой стороне  $KL$  как на диаметре, касается боковой стороны  $MN$  и второй раз пересекает большее основание  $KN$  в точке  $H$ , точка  $Q$  — середина  $MN$ .

а) Докажите, что четырёхугольник  $NQOH$  — параллелограмм.

б) Найдите  $KN$ , если  $\angle LKN = 75^\circ$  и  $LM = 2$ .

17 Производство  $x$  тыс. единиц продукции обходится в  $q = 0,5x^2 + 2x + 5$  млн рублей в год. При цене  $p$  тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет  $px - q$ . При каком наименьшем значении  $p$  через четыре года суммарная прибыль составит не менее 52 млн рублей?

- 18** Найдите все целочисленные значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{(x-2)^2 + (y-a)^2} + \sqrt{(x-5)^2 + (y-a)^2} = 3, \\ x^2 - |a+2|x - 3a^2 = 5 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

- 19** Известно, что  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , и  $d$  — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство  $\frac{a+c}{b+d} = \frac{6}{23}$ ?

б) Может ли дробь  $\frac{a+c}{b+d}$  быть в 11 раз меньше, чем сумма  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ ?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь  $\frac{a+c}{b+d}$ , если  $a > 4b$  и  $c > 7d$ ?