

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 декабря 2015 года

Вариант МА10209

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

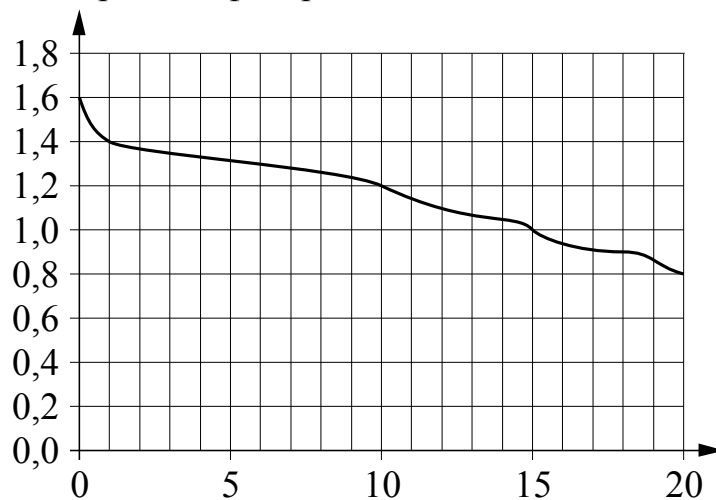
**Часть 1**

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Шоколадка стоит 45 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за три шоколадки, покупатель получает четыре (одну — в подарок). Какое наибольшее количество шоколадок можно получить, потратив не более 270 рублей в воскресенье?

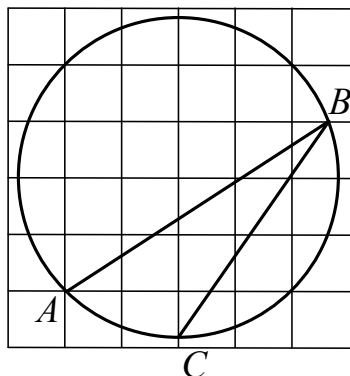
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение будет в цепи через 15 часов работы фонарика. Ответ дайте в вольтах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите градусную меру дуги  $AC$  окружности, на которую опирается угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

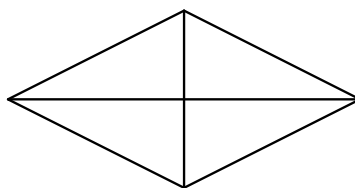
- 4 Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 11, но не дойдя до отметки 2.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\frac{4}{5}x = 23\frac{1}{5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

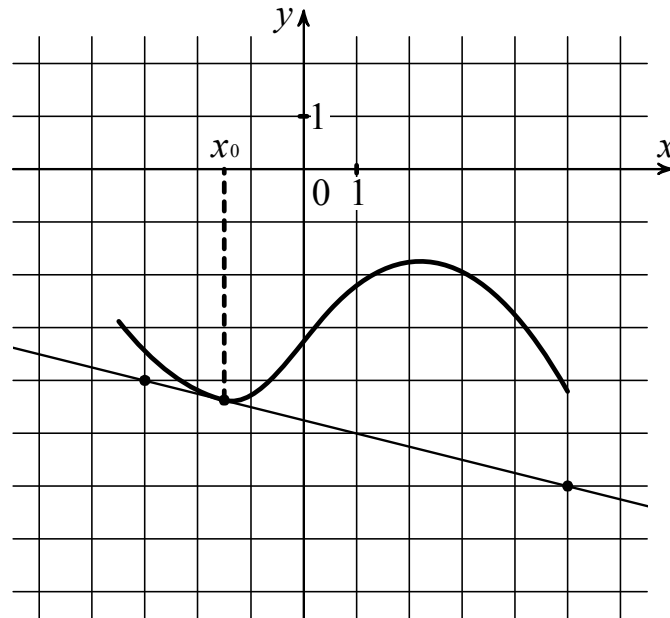
- 6 Площадь ромба равна 24. Одна из его диагоналей равна 6. Найдите другую диагональ.



Ответ: \_\_\_\_\_.

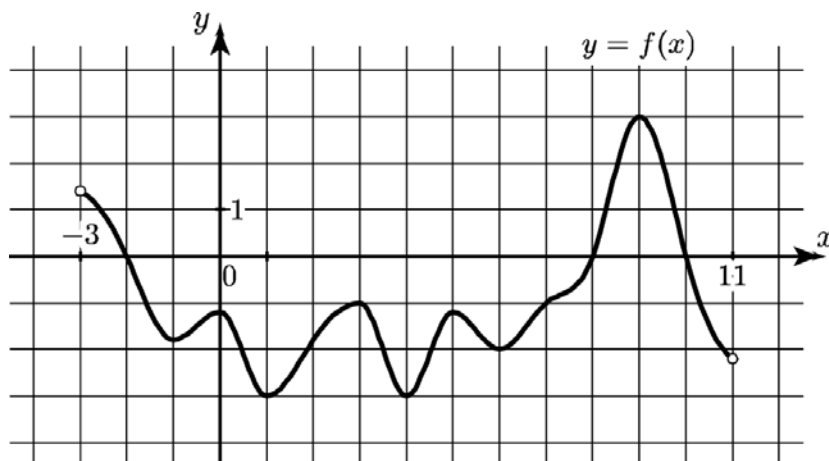
**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 7.1 или 7.2.**

- 7.1** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



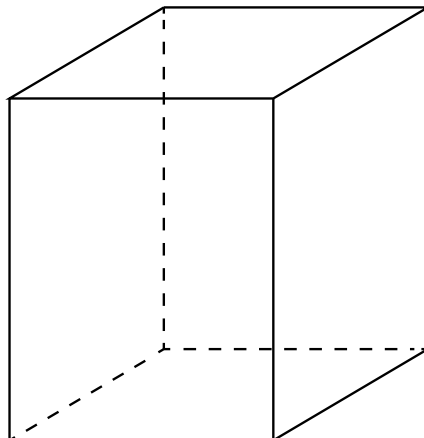
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7.2** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 11)$ . Найдите наименьшее значение функции  $f(x)$  на отрезке  $[2; 9,5]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Найдите боковое ребро правильной четырёхугольной призмы, если сторона её основания равна 20, а площадь поверхности равна 1760.



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $\frac{a^{-5}b^{-7}}{(3a)^2 b^{-3}} \cdot \frac{27}{a^{-7}b^{-4}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу  $m = 1440$  тонн, представляют собой две пустотелые балки длиной  $l = 12$  метров и шириной  $s$  метров каждая. Давление экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой  $p = \frac{mg}{2ls}$ , где  $m$  — масса экскаватора (в тоннах),  $l$  — длина балок в метрах,  $s$  — ширина балок в метрах,  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление  $p$  не должно превышать 400 кПа. Ответ выразите в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Первый и второй насосы наполняют бассейн за 12 минут, второй и третий — за 15 минут, а первый и третий — за 20 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Выполните только ОДНО из заданий: 12.1 или 12.2.**

**12.1** Найдите наибольшее значение функции  $y = 3 \cos x + 14x - 6$  на отрезке  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12.2** Найдите наименьшее значение функции  $y = \log_6(x^2 + 6x + 45) - 12$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13** а) Решите уравнение  $(2 \cos^2 x + \sin x - 2) \sqrt{5 \operatorname{tg} x} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

**14** Все рёбра правильной треугольной пирамиды  $SBCD$  с вершиной  $S$  равны 9. Основание  $O$  высоты  $SO$  этой пирамиды является серединой отрезка  $SS_1$ ,  $M$  — середина ребра  $SB$ , точка  $L$  лежит на ребре  $CD$  так, что  $CL : LD = 7 : 2$ .

а) Докажите, что сечение пирамиды  $SBCD$  плоскостью  $S_1LM$  — равнобокая трапеция.

б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.

**15** Решите неравенство  $\frac{(5x-3)^2}{x-2} \geq \frac{9-30x+25x^2}{14-9x+x^2}$ .

**16** В треугольник  $ABC$  вписана окружность радиуса  $R$ , касающаяся стороны  $AC$  в точке  $M$ , причём  $AM = 2R$  и  $CM = 3R$ .

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  прямоугольный.

б) Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей, если известно, что  $R = 2$ .

**17** По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивает на 11 % в течение каждого из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад всё ещё останется выгоднее вклада «А».

**18** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2(2y - x)a = 1 + 2a - 4a^2, \\ x^2 + y^2 + 4(x - y)a = 4 + 4a - 7a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**19** Будем называть четырёхзначное число очень счастливым, если все цифры в его десятичной записи различны, а сумма первых двух из этих цифр равна сумме последних двух из них. Например, очень счастливым является число 3140.

а) Существуют ли десять последовательных четырёхзначных чисел, среди которых есть два очень счастливых?

б) Может ли разность двух очень счастливых четырёхзначных чисел равняться 2015?

в) Найдите наименьшее натуральное число, для которого не существует кратного ему очень счастливого четырёхзначного числа.

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 декабря 2015 года

Вариант МА10210

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***



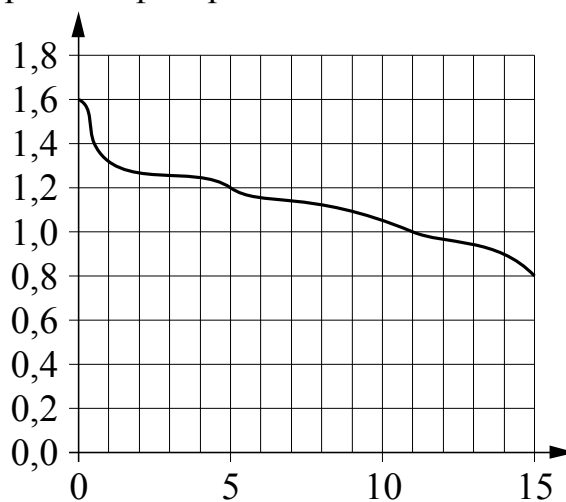
**Часть 1**

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Шоколадка стоит 40 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну — в подарок). Какое наибольшее количество шоколадок можно получить, потратив не более 170 рублей в воскресенье?

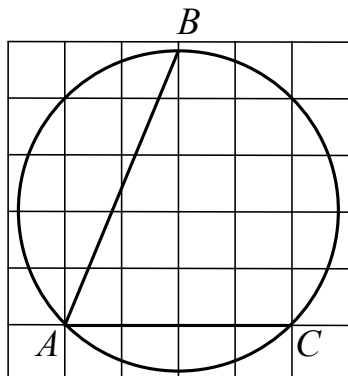
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение будет в цепи через 5 часов работы фонарика. Ответ дайте в вольтах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите градусную меру дуги  $BC$  окружности, на которую опирается угол  $BAC$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

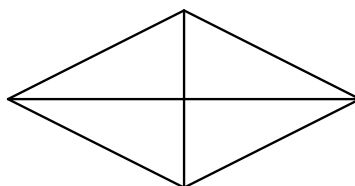
- 4 Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 1, но не дойдя до отметки 7.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\frac{8}{9}x = 15\frac{1}{9}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

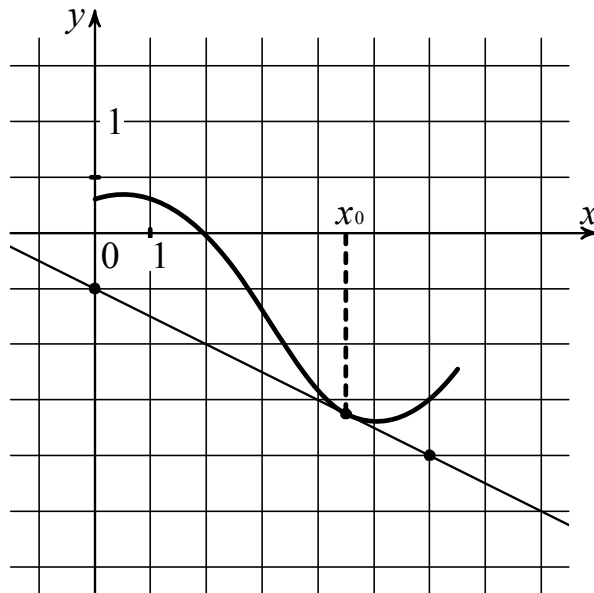
- 6 Площадь ромба равна 74. Одна из его диагоналей равна 4. Найдите другую диагональ.



Ответ: \_\_\_\_\_.

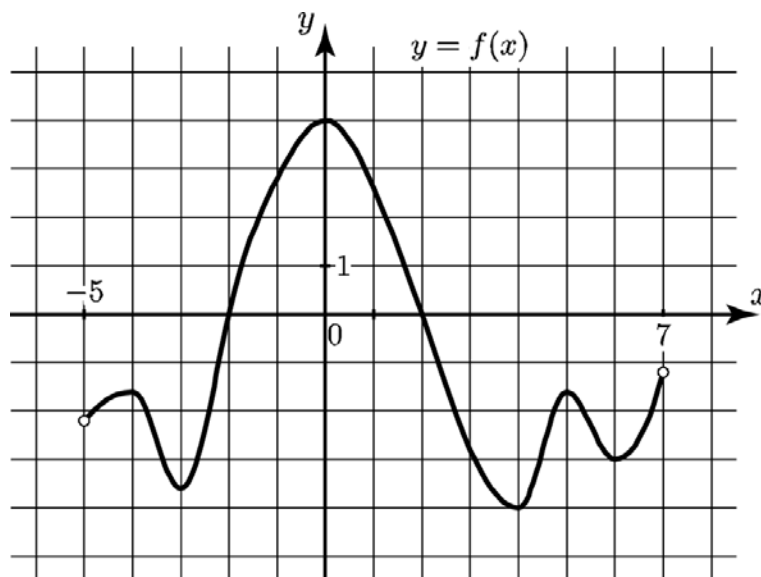
**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 7.1 или 7.2.**

**7.1** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



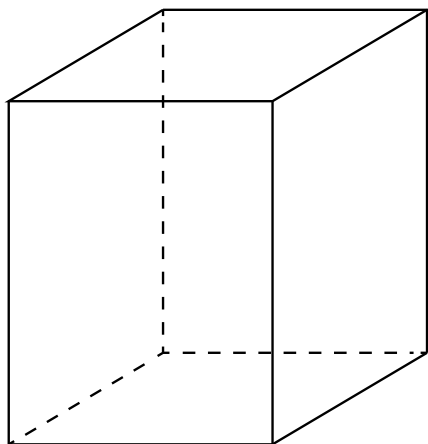
Ответ: \_\_\_\_\_.

**7.2** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 7)$ . Найдите наименьшее значение функции  $f(x)$  на отрезке  $[1; 6,5]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Найдите боковое ребро правильной четырёхугольной призмы, если сторона её основания равна 15, а площадь поверхности равна 930.



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $\frac{a^5 b^{-6}}{(2a)^2 b^{-4}} \cdot \frac{28}{a^3 b^{-2}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу  $m = 2175$  тонн, представляют собой две пустотелые балки длиной  $l = 15$  метров и шириной  $s$  метров каждая. Давление экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой  $p = \frac{mg}{2ls}$ , где  $m$  — масса экскаватора (в тоннах),  $l$  — длина балок в метрах,  $s$  — ширина балок в метрах,  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление  $p$  не должно превышать 290 кПа. Ответ выразите в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Первый и второй насосы наполняют бассейн за 20 минут, второй и третий — за 21 минуту, а первый и третий — за 28 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Выполните только ОДНО из заданий: 12.1 или 12.2.**

- 12.1** Найдите наибольшее значение функции  $y = 9 \cos x + 15x - 4$  на отрезке  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12.1** Найдите наименьшее значение функции  $y = \log_2(x^2 + 10x + 57) - 8$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 13** а) Решите уравнение  $(\sqrt{2} \sin^2 x + \cos x - \sqrt{2})\sqrt{-6 \sin x} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

- 14** Все рёбра правильной треугольной пирамиды  $SBCD$  с вершиной  $S$  равны 18. Основание  $O$  высоты  $SO$  этой пирамиды является серединой отрезка  $SS_1$ ,  $M$  — середина ребра  $SB$ , точка  $L$  лежит на ребре  $CD$  так, что  $CL : LD = 7 : 2$ .

а) Докажите, что сечение пирамиды  $SBCD$  плоскостью  $S_1LM$  — равнобокая трапеция.

б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.

- 15** Решите неравенство  $\frac{(5x-2)^2}{x-3} \geq \frac{4-20x+25x^2}{24-11x+x^2}$ .

**16** В треугольник  $ABC$  вписана окружность радиуса  $R$ , касающаяся стороны  $AC$  в точке  $M$ , причём  $AM = 5R$  и  $CM = 1,5R$ .

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  прямоугольный.

б) Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей, если известно, что  $R = 4$ .

**17** По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 20 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивает на 21 % в течение каждого из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад всё ещё останется выгоднее вклада «А».

**18** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2(2y - x)a = 1 - 2a - 4a^2, \\ x^2 + y^2 - 4(x - y)a = 4 - 4a - 7a^2 \end{cases}$$

не имеет решений.

**19** Будем называть четырёхзначное число очень счастливым, если все цифры в его десятичной записи различны, а сумма первых двух из этих цифр равна сумме последних двух из них. Например, очень счастливым является число 3140.

а) Существуют ли двадцать последовательных четырёхзначных чисел, среди которых есть три очень счастливых?

б) Может ли разность двух очень счастливых четырёхзначных чисел равняться 2016?

в) Найдите наименьшее простое число, для которого не существует кратного ему очень счастливого четырёхзначного числа.