

**Диагностическая работа  
по подготовке к ЕГЭ  
по МАТЕМАТИКЕ**

5 марта 2015 года 11 класс  
Вариант МА10309  
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

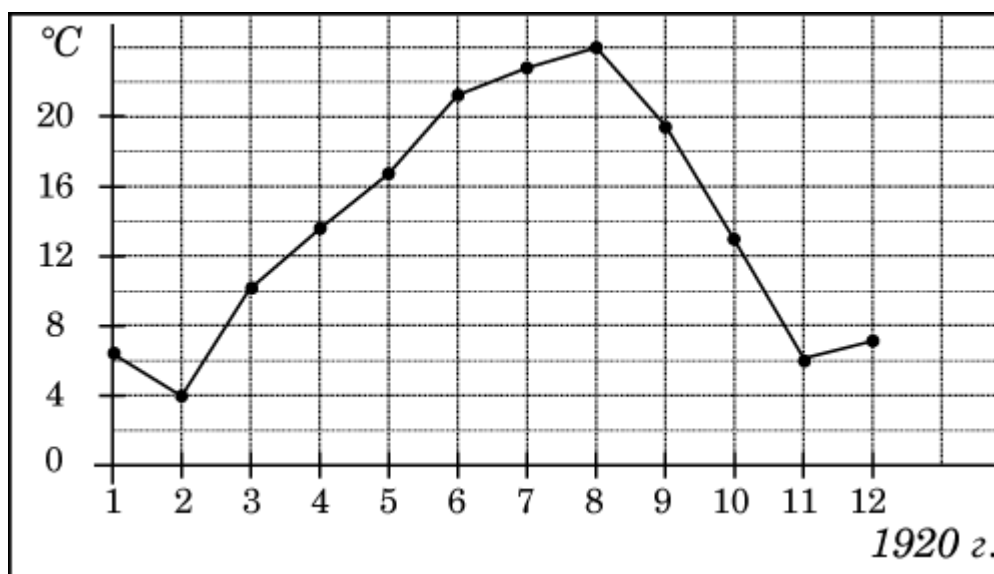
**Часть 1**

*Ответом к каждому из заданий 1–14 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

- 1** В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 800 листов. Какого наименьшего количества пачек бумаги хватит на 9 недель?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке жирными точками показана среднемесячная температура воздуха в Сочи за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами за указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

3

Клиент хочет арендовать автомобиль на сутки для поездки протяжённостью 600 км. В таблице приведены характеристики трёх автомобилей и стоимость их аренды.

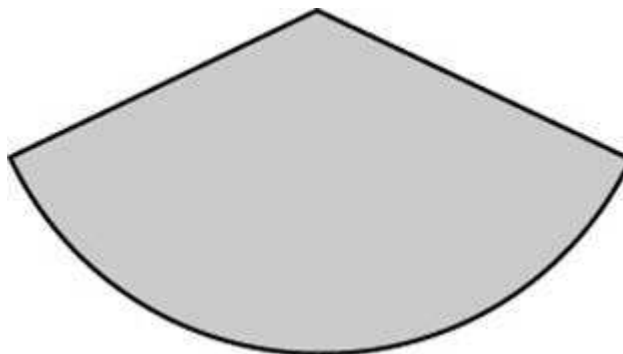
Автомобиль	Топливо	Расход топлива (л на 100 км)	Арендная плата (руб. за 1 сутки)
А	Дизельное	4	3600
Б	Бензин	9	3000
В	Газ	10	3300

Помимо аренды клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Цена дизельного топлива — 16 рублей за литр, бензина — 21 рубль за литр, газа — 14,5 рублей за литр. Сколько рублей заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешёвый вариант?

Ответ: \_\_\_\_\_.

4

Из круга с радиусом 7 вырезан сектор, площадь которого равна 35. Найдите длину дуги сектора.



Ответ: \_\_\_\_\_.

5

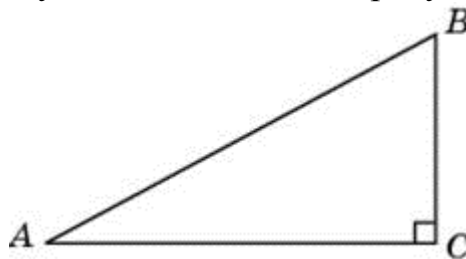
В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Обслуживание автоматов происходит по вечерам после закрытия центра. Известно, что вероятность события «К вечеру в первом автомате закончится кофе» равна 0,25. Такая же вероятность события «К вечеру во втором автомате закончится кофе». Вероятность того, что кофе к вечеру закончится в обоих автоматах, равна 0,15. Найдите вероятность того, что к вечеру дня кофе останется в обоих автоматах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** Найдите корень уравнения  $(x-10)^2 = (x+4)^2$ .

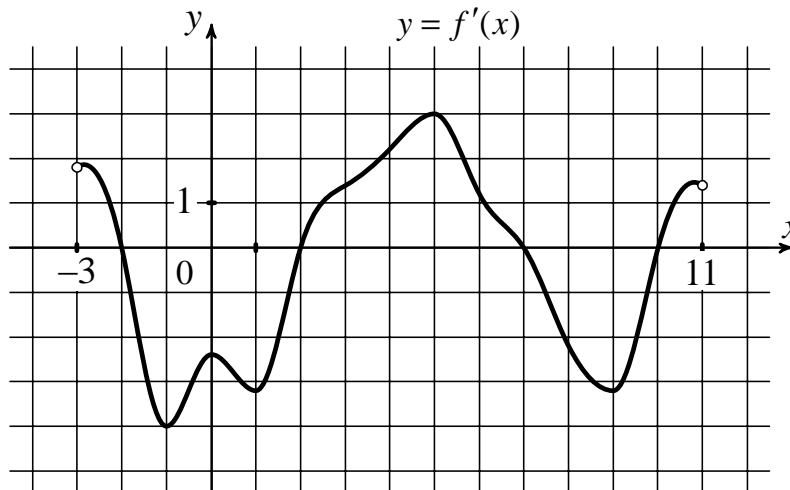
Ответ: \_\_\_\_\_.

**7** Один острый угол прямоугольного треугольника на  $6^\circ$  больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.



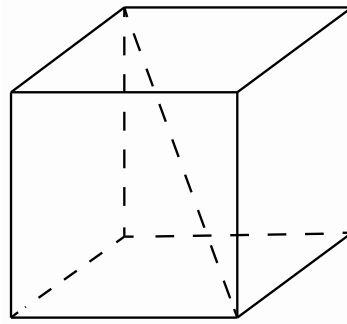
Ответ: \_\_\_\_\_.

**8** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 11)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Диагональ куба равна 13. Найдите площадь его поверхности.



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

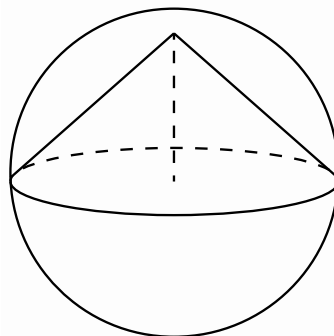
- 10 Найдите  $2\cos 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = -0,7$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры от времени работы:  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 1350$  К,  $a = -7,5$  К/мин<sup>2</sup>,  $b = 105$  К/мин. Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1650 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор? Ответ выразите в минутах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем шара равен 156. Найдите объем конуса.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 13** Заказ на 180 деталей первый рабочий выполняет на 3 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 3 детали больше?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 14** Найдите точку минимума функции  $y = x^3 - 24x^2 + 11$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 15** а) Решите уравнение  $\frac{\cos 2x + \sqrt{3} \sin x - 1}{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}} = 0$ .

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

- 16** На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1 E : EA = 3 : 4$ . Точка  $T$  — середина ребра  $B_1 C_1$ . Известно, что  $AB = 9$ ,  $AD = 6$ ,  $AA_1 = 14$ .

а) В каком отношении плоскость  $ETD_1$  делит ребро  $BB_1$ ?

б) Найдите угол между плоскостью  $ETD_1$  и плоскостью  $AA_1 B_1$ .

- 17** Решите неравенство  $\log_{\frac{x}{x-1}} 5 \leq \log_{\frac{x}{2}} 5$ .

- 18** Медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Известно, что  $AC = 3MB$ .

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  прямоугольный.

б) Найдите сумму квадратов медиан  $AA_1$  и  $CC_1$ , если известно, что  $AC = 12$ .

**19** Алексей взял кредит в банке на срок 12 месяцев. По договору Алексей должен вернуть кредит ежемесячными платежами. В конце каждого месяца к оставшейся сумме долга добавляется  $r\%$  этой суммы и своим ежемесячным платежом Алексей погашает эти добавленные проценты и уменьшает сумму долга. Ежемесячные платежи подбираются так, чтобы долг уменьшался на одну и ту же величину каждый месяц (на практике такая схема называется «схемой с дифференцированными платежами»). Известно, что общая сумма, выплаченная Алексеем банку за весь срок кредитования, оказалась на  $13\%$  больше, чем сумма, взятая им в кредит. Найдите  $r$ .

**20** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (a-1)x^2 + 2ax + a + 4 \leq 0, \\ ax^2 + 2(a+1)x + a + 1 \geq 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**21** Известно, что  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , и  $d$  — попарно различные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство  $\frac{a+c}{b+d} = \frac{7}{19}$ ?

б) Может ли дробь  $\frac{a+c}{b+d}$  быть в 11 раз меньше, чем сумма  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ ?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь  $\frac{a+c}{b+d}$ , если  $a > 3b$  и  $c > 6d$ ?





**Диагностическая работа  
по подготовке к ЕГЭ  
по МАТЕМАТИКЕ**

5 марта 2015 года 11 класс  
Вариант МА10310  
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

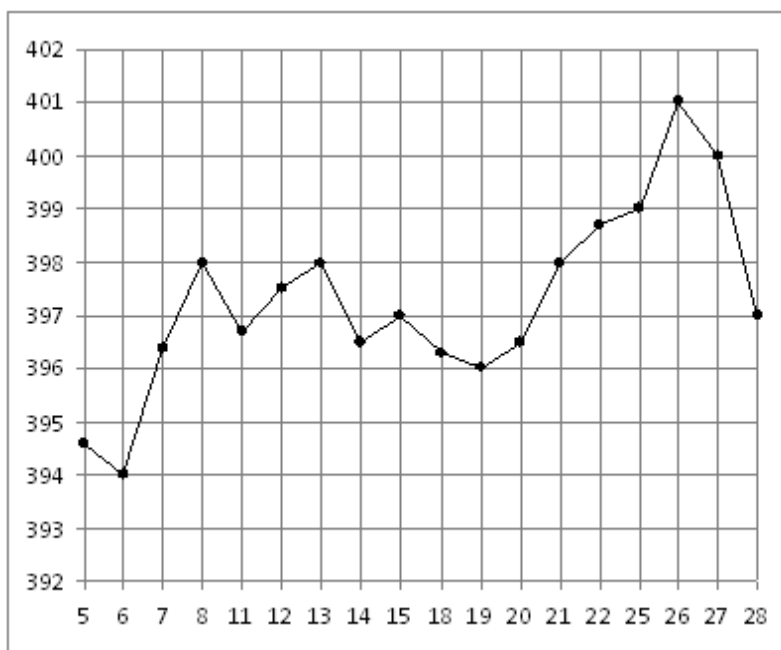
**Часть 1**

*Ответом к каждому из заданий 1–14 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

- 1** В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1200 листов. Какого наименьшего количества пачек бумаги хватит на 3 недели?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 5 по 28 марта 1996 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой золота на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за унцию).



Ответ: \_\_\_\_\_.

3

Клиент хочет арендовать автомобиль на сутки для поездки протяжённостью 600 км. В таблице приведены характеристики трёх автомобилей и стоимость их аренды.

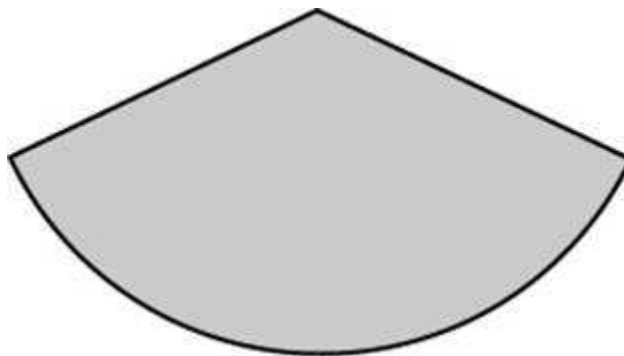
Автомобиль	Топливо	Расход топлива (л на 100 км)	Арендная плата (руб. за 1 сутки)
А	Дизельное	4	3300
Б	Бензин	6	3000
В	Газ	11	3000

Помимо аренды клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Цена дизельного топлива — 16 рублей за литр, бензина — 18 рублей за литр, газа — 15 рублей за литр. Сколько рублей заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешёвый вариант?

Ответ: \_\_\_\_\_.

4

Из круга с радиусом 9 вырезан сектор, площадь которого равна 27. Найдите длину дуги сектора.



Ответ: \_\_\_\_\_.

5

Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся П. верно решит больше 12 задач, равна 0,7. Вероятность того, что П. верно решит больше 11 задач, равна 0,79. Найдите вероятность того, что П. верно решит ровно 12 задач.

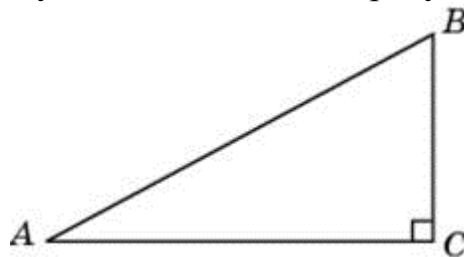
Ответ: \_\_\_\_\_.

6

Найдите корень уравнения  $(5x - 8)^2 = (5x - 2)^2$ .

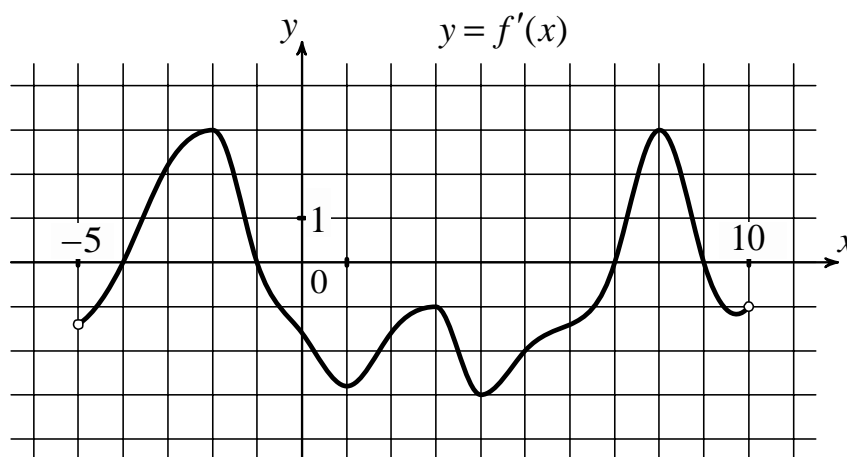
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** Один острый угол прямоугольного треугольника на  $38^\circ$  больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.



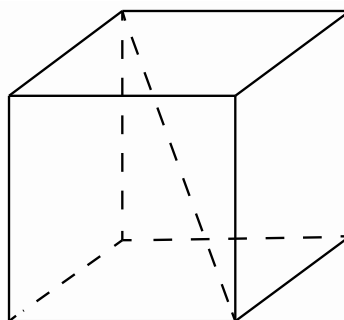
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 10)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9** Диагональ куба равна 11. Найдите площадь его поверхности.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2**

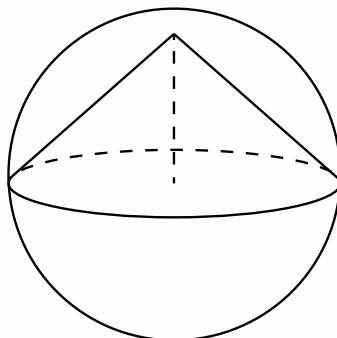
**10** Найдите  $5\cos 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = -0,4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры от времени работы:  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 1450$  К,  $a = -30 \frac{\text{К}}{\text{мин}^2}$ ,  $b = 180 \frac{\text{К}}{\text{мин}}$ . Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1600 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор? Ответ выразите в минутах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объём шара равен 112. Найдите объём конуса.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**13** Заказ на 156 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14** Найдите точку минимума функции  $y = x^3 - 27x^2 + 15$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**15**

а) Решите уравнение  $\frac{\cos 2x + \sqrt{2} \cos x + 1}{\operatorname{tg} x - 1} = 0$ .

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ .

**16**

На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1 E : EA = 4 : 3$ . Точка  $T$  — середина ребра  $B_1 C_1$ . Известно, что  $AB = 5$ ,  $AD = 8$ ,  $AA_1 = 14$ .

а) В каком отношении плоскость  $ETD_1$  делит ребро  $BB_1$ ?

б) Найдите угол между плоскостью  $ETD_1$  и плоскостью  $AA_1 B_1$ .

**17**

Решите неравенство  $\log_{\frac{x}{x-3}} 7 \leq \log_{\frac{x}{3}} 7$ .

**18**

Медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Известно, что  $AC = 3MB$ .

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  прямоугольный.

б) Найдите сумму квадратов медиан  $AA_1$  и  $CC_1$ , если известно, что  $AC = 10$ .

**19**

Алексей взял кредит в банке на срок 17 месяцев. По договору Алексей должен возвращать банку часть денег в конце каждого месяца. В конце каждого месяца к оставшейся сумме основного долга добавляется  $r\%$  этой суммы и своим ежемесячным платежом Алексей погашает эти добавленные проценты и уменьшает сумму долга. Ежемесячные платежи подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась на одну и ту же величину каждый месяц (на практике такая схема называется «схемой с дифференцированными платежами»). Известно, что общая сумма, выплаченная Алексеем банку за весь срок кредитования, оказалась на 27% больше, чем сумма, взятая им в кредит. Найдите  $r$ .

**20**Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} ax^2 - 2(a+1)x + a + 5 \leq 0, \\ (a+1)x^2 - 2(a+2)x + a + 2 \geq 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**21**Известно, что  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  — попарно различные двузначные числа.а) Может ли выполняться равенство  $\frac{3a+2c}{b+d} = \frac{12}{19}$ ?б) Может ли дробь  $\frac{3a+2c}{b+d}$  быть в 11 раз меньше, чем сумма  $\frac{3a}{b} + \frac{2c}{d}$ ?в) Какое наименьшее значение может принимать дробь  $\frac{3a+2c}{b+d}$ , если  $a > 3b$  и  $c > 2d$ ?

